Solucionario
Introducción al Álgebra

1. Considere $a \Delta b$, como la instrucción: "el primer número elévelo al segundo y a continuación súmele el segundo."
Resolviendo $(2\Delta 5)$ se tiene: $2^5 + 5 = 32 + 5 = 37$
Considere $a\#b$, como la instrucción: "multiplique el primer número por 2 y a continuación, réstele el segundo."
Luego. $(37)\#(-2) = 2\cdot 37 - 4(-2) = 74 + 8 = 82$

2.
$$5t - \{-[-t^2+2+3] - t^2 + 8t\}$$
$$5t - \{\cancel{t^2} - 5 - \cancel{t^2} + 8t\}$$
$$5t + 5 - 8t \Rightarrow -3t + 5 = \boxed{5 - 3t}$$

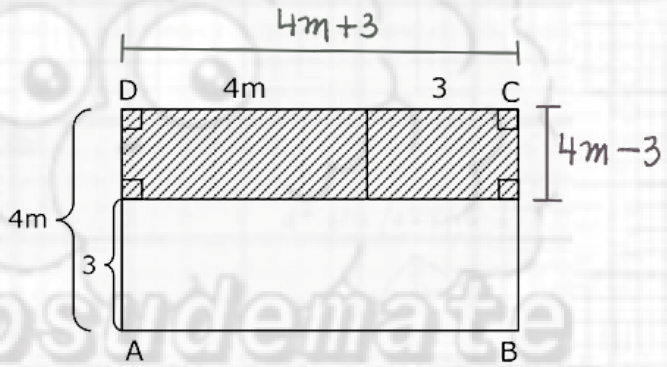
3.
$$\underbrace{\left(-\frac{21}{16}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{6}\right)}_{-\frac{1}{8}}\underbrace{(m^3\cdot m^{-5}\cdot m)}_{m^{-1}}\underbrace{(n^2\cdot n^{-1}\cdot n)}_{n^2}$$

4. Observando la secuencia se determina que el 5°, 6° y 7° término son respectivamente $10(k+15)$, $12(k-18)$ y $14(k+21)$

Sumando el 6° y 7° término se tiene:

$$(12k - 12\cdot 18) + (14k + 14\cdot 21) = 26k - 216 + 294$$
$$= 26k + 78$$

5. $\underbrace{(4m+3)}_{\text{base}}\cdot\underbrace{(4m-3)}_{\text{altura}}$



6. $(-p+3)^2 = (3-p)^2$

$= 9 - 6p + p^2$

$= -6p + p^2 + 9$

7. $-(36 - 12\sqrt{6} + 6) = -(42 - 12\sqrt{6})$

$=$ como $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$

$2 < \sqrt{6} < 3$

entonces $42 > 12\sqrt{6}$

por lo tanto $-(42 - 12\sqrt{6})$ es un irracional negativo

8. $b^2 + 2b + 1 - 5b - 10$

$\boxed{b^2 - 3b - 9}$

9. $(1+\sqrt{5})\cdot(1-\sqrt{5})$ [suma por diferencia]

$1^2 - \sqrt{5}^2$

$1 - 5 = \boxed{-4}$

10. $(x+4)(x-4)(x+2)(x-2) =$

$(x^2-16)(x^2-4) =$

$x^4 - 4x^2 - 16x^2 + 64 =$

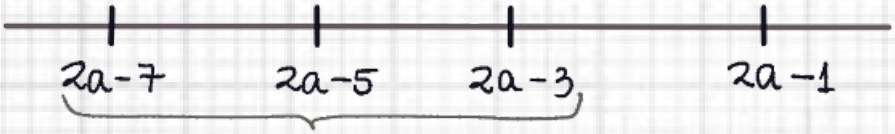
$x^4 - 20x^2 + 64$

11. $u^4 - v^4 = (u^2+v^2)(u^2-v^2) =$

$t^{2x} \cdot t^{2y} =$

t^{2x+2y}

12.



$$2a-7+2a-5+2a-3=\boxed{6a-15}$$

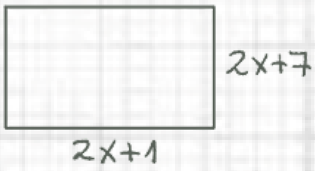
13. $x+\cancel{1}-2\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1}+x-\cancel{1}$

$$2x-2\sqrt{(x+1)(x-1)}$$

$$\boxed{2x-2\sqrt{x^2-1}}$$

14. Por simple inspección de las alternativas:

$$(2x+7)\cdot(2x+1)=4x^2+16x+7$$



15. $5a^2 + 3a - 2 = 5a^2 + 5ay + ax + xy$

$5a^2 + 3a - 2 = 5a^2 + (5y + x)\cdot a + xy$

$5y + x = 3$

$xy = -2$

Se igualan los coeficientes.

Entonces

$$\boxed{x = -2 \ ; \ y = 1}$$

16. Diferencia de Cubos

$a^3 - b^3 = (a - b)\cdot(a^2 + ab + b^2)$

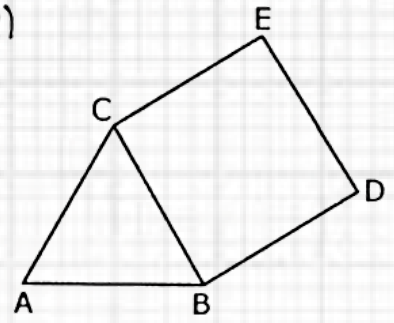
Entonces:

$$\boxed{64K^3 - 1 = (4K - 1)(16K^2 + 4K + 1)}$$

17. $6b^2 + 13b + 6 = (3b + 2)(2b + 3)$,

luego son factores: $(3b + 2)$, $(2b + 3)$ y 1

18. Área del cuadrado $= 4(x^2+2x+1)$
$= 4(x+1)^2$.
Lado del cuadrado $= \sqrt{4(x+1)^2}$
$= 2(x+1)$
Como la figura tiene 5 lados iguales, entonces el perímetro es $P = 5 \cdot 2(x+1) = 10(x+1)$



19. Como $(x \diamond y) = x - 2y$ y $(x \Delta y) = x + 2y$, entonces

$$
\begin{aligned}
(x \diamond y)(x \Delta y) - (x \diamond y)^2 &= (x-2y)(x+2y) - (x-2y)^2 \\
&= x^2 - 4y^2 - (x^2 - 4xy + 4y^2) \\
&= x^2 - 4y^2 - x^2 + 4xy - 4y^2 \\
&= 4xy - 8y^2
\end{aligned}
$$

20. I) Verdadera, ya que $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$
II) Falsa, porque el cuadrado de $x-3$ es $x^2 - 6x + 9$.
III) Verdadera, ya que $(x+4)(x+3) = x^2 + 7x + 12$

21. se factoriza por $p+q$

$(p+q)\cdot[1+(p+q)]$ o bien

$\boxed{(p+q)\cdot(p+q+1)}$

22. $(x^2)^2 - 13x^2 + 36 = (x^2-9)(x^2-4)$

$= (x+3)\cdot(x-3)\cdot(x+2)\cdot(x-2)$

o bien:

$\boxed{(x-3)(x+3)\cdot(x-2)(x+2)}$

23. Si x^2 = cuadrado del 1er término y $= \frac{5}{3}x$ = doble producto

entonces u^2 = cuadrado del 2° término

Así: $x^2 + \frac{5}{3}x + u^2 = (x+u)^2$

$\frac{5}{3}x = 2xu \Rightarrow u = \frac{5}{6}$

$\Rightarrow u^2 = \frac{25}{36}$

24. $25^{n-1} = (5^2)^{n-1} = 5^{2n-2}$

$5^{2n-3} - 5^{2n-1} + 5^{2n-2}$ (se factoriza por la potencia de menor exponente)

$5^{2n-3}(1 - 5^2 + 5^1)$

$5^{2n-3}(-19)$ o bien $\boxed{-19 \cdot 5^{2n-3}}$

25. $(a^2 + 6ab + b^2) = a^2 + 2ab + b^2 + 4ab = (a+b)^2 + 4ab$

$= 8^2 + 4 \cdot 10$

$= 64 + 40 = 104$

26. Supongamos $a = 1$; $b = 2$; entonces:

$$\left.\begin{array}{l} P = 1^2 + 2^2 \Rightarrow P = 5 \\ Q = (1+2)^2 \Rightarrow Q = 9 \\ R = \dfrac{1^3 + 2^3}{1+2} \Rightarrow R = 3 \end{array}\right\} \boxed{R < P < Q}$$

27. (1) Insuficiente:

$$x^2 - y^2 = \underbrace{(x+y)}_{\text{desconocido}}\underbrace{(x-y)}_{\text{conocido}}$$

(2) Suficiente:

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) \; ; \; \text{si } x = y$$
$$= (x+y)(x-x) = 0$$

28. $\underbrace{ax - by - ay + bx}$,

$$ax + bx - ay - by$$
$$(a+b)x - (a+b)y = \boxed{(a+b)(x-y)}$$

(1) Insuficiente: $(a+b)$ conocido, pero $(x-y)$ desconocido.

(2) Suficiente: $(a+b)\cdot(x-y)$; si $x = y$

$$\Rightarrow (a+b)\cdot(x-x) = 0$$

29. (1) Suficiente: Si $3a = 5b$ entonces:

$$\cancel{3a} - \cancel{3a} - 3 = -3.$$

(2) Insuficiente: se conoce a, pero no b.

$$\Rightarrow 3\cdot(-3) - 5b - 3 = -12 - 5b$$

30. (1) Insuficiente:

si $x^2 = 81$, entonces $x = 9$ ó $x = -9$ y se necesita que x sea positivo. $(x > 0)$

(2) Insuficiente:

se necesita que x sea estrictamente positivo. $(x > 0)$

(1) + (2) Insuficiente

$x^2 = 81 \Rightarrow x = 9$ ó $x = -9$; cumple con (1) y con (2), pero no verifica $x > 0$.

Solucionario
Fracciones Algebraicas

1. $$\frac{-7}{21} \cdot \frac{a^3}{a^{-5}} \cdot \frac{b^{-2}}{b^3} = -\frac{a^8}{3b^5}$$

2. $$\frac{10p}{5p} - \frac{15p^2}{5p} = 2 - 3p$$

3. $$\frac{12p - 12q}{3p - 3q} = \frac{4(3p - 3q)}{3p - 3q} = 4$$

4. $$\frac{(x+9)(x-2)}{(x+9)(x-7)} = \frac{x-2}{x-7}$$

5. Factorizando: $5t^2+3t-2 \;/\cdot \frac{5}{5}$

$$\frac{(5t)^2+\overset{(+)}{3}(5t)-\overset{(\cdot)}{10}}{5} = \frac{(5t+5)\cancel{(5t-2)}^{-1}}{5\cdot\cancel{(2-5t)}}$$

$$\frac{5t-2}{2-5t} = -1$$

$$= \frac{(5t+5)\cdot(-1)}{5} = \frac{\cancel{5}(t+1)\cdot -1}{\cancel{5}} = -t-1$$

6. $$\frac{a^2-a-12}{16-a^2} = \frac{\overset{-1}{\cancel{(a-4)}}(a+3)}{\cancel{(4-a)}\,(4+a)} = \frac{-1\cdot(a+3)}{4+a} = \frac{-a-3}{4+a} \;//$$

$16-a^2 = 4^2-a^2$
$= (4+a)(4-a)$

$\frac{a-4}{4-a} = -1$

7. $$\frac{x+8}{x-7} : \frac{6}{3x-21} = \frac{x+8}{x-7} \cdot \frac{3x-21}{6}$$

$$= \frac{x+8}{\cancel{x-7}} \cdot \frac{\cancel{3}\cancel{(x-7)}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{x+8}{2} \;//$$

8. $$\frac{y^2-x^2}{xy} = -\frac{x^2-y^2}{xy}$$

9. $$\frac{5z}{xy} - \frac{6x}{yz} = \frac{5z \cdot z}{xy \cdot z} - \frac{6x \cdot x}{yz \cdot x}$$

$$= \frac{5z^2}{xyz} - \frac{6x^2}{xyz}$$

$$= \frac{5z^2 - 6x^2}{xyz} \quad //$$

10. i) $$5x^2+13x-6 = \frac{(5x)^2 + 13(5x) - 30}{5} = \frac{(5x+15)(5x-2)}{5}$$

$$= \frac{\cancel{5}(x+3)(5x-2)}{\cancel{5}} = (x+3)(5x-2)$$

ii) $$2x^2+5x-3 = \frac{(2x)^2 + 5(2x) - 6}{2} = \frac{(2x+6)(2x-1)}{2} = \frac{\cancel{2}(x+3)(2x-1)}{\cancel{2}} = (x+3)(2x-1)$$

luego $$\frac{5x^2+13x-6}{2x^2+5x-3} = \frac{\cancel{(x+3)}(5x-2)}{\cancel{(x+3)}(2x-1)} = \frac{5x-2}{2x-1} \quad //$$

11. $$\#\text{ cajas} = \frac{x^3+8}{4-x^2} = \frac{x^3+2^3}{2^2-x^2} = \frac{\cancel{(x+2)}(x^2-2x+4)}{\cancel{(2+x)}(2-x)}$$

$$= \frac{x^2-2x+4}{2-x} \quad //$$

$$\boxed{a^3 \pm b^3 = (a+b)(a^2 \mp ab + b^2)}$$

$$\boxed{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$$

12. $$\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{4xy}{x^2-y^2}$$

13. $$\frac{x^2-4x+16}{x^3+64} = \frac{x^2-4x+16}{x^3+4^3} = \frac{\cancel{(x^2-4x+16)}}{(x+4)\cancel{(x^2-4x+16)}} = \frac{1}{x+4}$$

$$\boxed{a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)}$$

14. $$\frac{1-\frac{4}{x^2}}{\frac{x+2}{x}} = \frac{\left(1-\frac{2}{x}\right)\cancel{\left(1+\frac{2}{x}\right)}}{\cancel{\left(1+\frac{2}{x}\right)}} = 1-\frac{2}{x} = \frac{x-2}{x}$$

15. $$\frac{\frac{a-b}{a}-\frac{a+b}{a}}{\frac{1}{2a}} = \frac{\frac{a-b-(a+b)}{a}}{\frac{1}{2a}} = \frac{\cancel{a}-b-\cancel{a}-b}{\cancel{a}} \cdot 2\cancel{a}$$

$$= -2b \cdot 2$$

$$= -4b$$

16. $$\frac{m^3-t^3}{t^2-m^2} = \frac{\overset{-1}{\cancel{(m-t)}}(m^2+mt+t^2)}{(t-m)(t+m)}$$

$$\frac{m-t}{t-m} = -1$$

$$= \frac{m^2+mt+t^2}{-(t+m)}$$

$$= \frac{m^2+mt+t^2}{-t-m}$$

17. El recíproco de $\frac{a-b}{1-k}$ es $\frac{1-k}{a-b}$

El opuesto de $\frac{1-k}{a-b}$ lo podemos escribir de tres formas:

$$\begin{cases} -\frac{1-k}{a-b} \\ \frac{k-1}{a-b} \\ \frac{1-k}{b-a} \end{cases}$$

18. $\dfrac{2a-6}{3a^2b} : \dfrac{a^2-5a+6}{6ab}$

$= \dfrac{2a-6}{3a^2b} \cdot \dfrac{6ab}{a^2-5ab+6}$

$= \dfrac{2\cancel{(a-3)}}{\cancel{3}a^{\cancel{2}}\cancel{b}} \cdot \dfrac{\overset{2}{\cancel{6}}\cancel{ab}}{\cancel{(a-3)}(a-2)} = \dfrac{4}{a(a-2)} = \dfrac{4}{a^2-2a}$ //

19. $\dfrac{x^2-a^2}{x^2-ax} : \dfrac{x-a}{x+a}$

$= \dfrac{(x+a)\cancel{(x-a)}}{x(x-a)} \cdot \dfrac{x+a}{\cancel{(x-a)}}$

$= \dfrac{(x+a)^2}{x(x-a)}$ //

$\dfrac{a^2}{\frac{a}{2}} = a^2 \cdot \dfrac{2}{a}$
$= 2a$

20. $\dfrac{a}{a-\dfrac{a^2}{\left(a-\frac{a}{2}\right)}} = \dfrac{a}{a-\left(\dfrac{a^2}{\left(\frac{a}{2}\right)}\right)} = \dfrac{a}{a-(2a)} = \dfrac{a}{-a}$

$= -1$ //

21. $\dfrac{1}{a^3} - \dfrac{1}{b^3} = \dfrac{b^3 - a^3}{a^3 b^3} = \dfrac{(b-a)(b^2 + ab + b^2)}{a^3 b^3}$

$$\frac{(b-a)\left[(b^2 - 2ab + a^2) + 3ab\right]}{a^3 b^3}$$

Como $a = \dfrac{1}{b}$, entonces $ab = 1$

Como $a - b = 3$. entonces $b - a = -3$

entonces la expresión queda igual a $(-3)\left[(-3)^2 + 3\right] =$
$(-3)(12) = -36$

22. $$\frac{\dfrac{mb}{nq} - \dfrac{nq}{mp^3} \cdot p^2}{\dfrac{(mp)^2 - (nq)^2}{mnp}} = \frac{\dfrac{mb}{nq} - \dfrac{nq}{mp}}{\dfrac{(mp)^2 - (nq)^2}{mnp}} = \frac{\dfrac{(mp)^2 - (nq)^2}{mnpq}}{\dfrac{(mp)^2 - (nq)^2}{mnp}} = \frac{1}{q}$$

23. $\left(\dfrac{1}{m} - \dfrac{1}{n}\right)^{-1} \cdot \dfrac{7}{mn} = \left(\dfrac{n-m}{mn}\right)^{-1} \cdot \dfrac{7}{mn} =$

$$\frac{mn}{n-m} \cdot \frac{7}{mn} = \frac{7}{n-m}$$

24. $$\frac{q^n(1-q^{4n})}{q^{2n}+1} = \frac{q^n(1+q^{2n})(1-q^{2n})}{q^{2n}+1}$$

$$= q^n(1-q^{2n}) = q^n - q^{3n}$$

25. $$\frac{A}{B} = \frac{\dfrac{m^2-mn+mn}{m-n}}{\dfrac{n^2-mn+mn}{n-m}} = \frac{m^2}{\cancel{m-n}} \cdot \frac{\overset{-1}{\cancel{n-m}}}{n^2} = \frac{-m^2}{n^2}$$

26. (1) Insuficiente. Si $q=0$, la expresión es $\dfrac{(p+0)(p-0)}{(p+0)^2-2p\cdot(0)} = \dfrac{p^2}{p^2} = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ \text{Indeterminado (con } p=0) \end{cases}$

(2) Insuficiente. Si $p=q=1$, la expresión es: $\dfrac{(1+1)(1-1)}{(1+1)^2-2\cdot1\cdot1} = \dfrac{0}{2} = 0$

(1) y (2) suficientes, pues se asegura que no es indeterminado y es 1

27. (1) Insuficiente. Si $q=2$

(2) Insuficiente. Si $q=-3 \longrightarrow \frac{(-3+3)^2}{2}=0$ (No es positivo)

(1) y (2) suficientes $(q+3)$ es par y

$(q+3)^2$ es par ≥ 4

luego $\frac{(q+3)^2}{2}$ es par positivo.

28. (1) Insuficiente. Si $r^3-s=7$ (con $r=2$ y $s=1$)

$\frac{r^3-s}{r}=\frac{7}{2}$ no es entero.

(2) Suficiente. $\frac{r^3-s}{r}=\frac{r^3}{r}-\frac{s}{r}=\underbrace{r^2}_{\text{Entero}}-\underbrace{\frac{s}{r}}_{\text{ENTERO}}$

29. (1) Suficiente. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab}$, si

(a y $b \in \mathbb{N}$) a^2+b^2 es múltiplo de ab, entonces

$\frac{a^2+b^2}{ab}$ es un número entero positivo (natural)

(2) Suficiente. Si $a-b=0 \rightarrow a=b$

(a y $b \in \mathbb{N}$) luego $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{b}{b} + \frac{b}{b} = 1+1 = 2$ es natural.

30. Con (1) por sí sola se resuelve el problema

haciendo $a+b=3$ y reemplazando en

$$\frac{(a+b)^2 - 4(a+b)}{-(a+b)}$$

Solucionario
Ecuación de Primer Grado

1. $2x - x = -5 - 1$

$$x = -6 \quad /()^2$$

$$x^2 = 36$$

$$x^2 + 1 = 36 + 1 = 37$$

2. $\dfrac{10b}{5b} - \dfrac{15b^2}{5b} = 2 - 3b$

3. $-\{3 - [3 - 3x + 2] + 5\} = 12 - 4x$

$$-\{3 - [5 - 3x] + 5\} = 12 - 4x$$

$$-\{3 - 5 + 3x + 5\} = 12 - 4x$$

$$-3 - 3x = 12 - 4x \Rightarrow x = 15$$

4. $\frac{3x+2}{6} + \frac{2x-3}{2} = \frac{x+5}{5}$ es $/\cdot 30$

$$5(3x+2) + 15(2x-3) = 6(x+5)$$
$$15x + 10 + 30x - 45 = 6x + 30$$
$$45x - 6x = 30 + 45 - 10$$
$$39x = 65$$
$$x = \frac{65}{39} \begin{matrix} :13 \\ :13 \end{matrix}$$
$$x = \frac{5}{3}$$

El recíproco de $\frac{5}{3}$ es $\frac{3}{5}$

5. $\frac{2}{3}x - 3x + \frac{2}{5} = -2x + \frac{31}{15}$, el valor del opuesto de **x** es

$/\cdot 15$

$$10x - 45x + 6 = -30x + 31$$
$$10x - 45x + 30x = 31 - 6$$
$$-5x = 25$$
$$x = -5$$

El valor opuesto de x es 5

6. $3t + 1 = 10$

$$3t = 9 \Rightarrow t = 3$$

$$2t + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$

7. I) $2(x^2 + 6x + 9) - 4x = 2x^2 + 4$

$\cancel{2x^2} + 12x + 18 - 4x = \cancel{2x^2} + 4$ } Ec. de 1er grado

II) $\cancel{x^2} - a^2 = \cancel{x^2} - ax \Rightarrow ax = a^2$ } Ec. de 1er grado

III) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = x^3 + 6x^2 + 1$

$-12x^2 + 12x = 9$ } Ec. de 2° grado

8. $0{,}1x + 0{,}5x - 0{,}25 = 0{,}75$ es

$$0.6x = 0.75 + 0.25$$

$$\frac{6}{10}x = 1$$

$$x = \frac{10}{6}$$

$$x = 1.\overline{6}$$

9. $75x = 750 \Rightarrow x = 10$

$w = 250$

$\frac{w}{x} = \frac{250}{10} = 25$

10. $0{,}1\overline{6}x + 0{,}25x + 2 = 0{,}\overline{3}$, es

$\frac{1}{6}x + \frac{1}{4}x + 2 = \frac{1}{3} \quad /\cdot 24$

$4x + 6x + 48 = 8$

$10x = -40$

$x = -4$

El inverso aditivo de -4 es 4

11. $\frac{2-x}{x-5} = 4 \Rightarrow \frac{x-5}{2-x} = \frac{1}{4} \quad /\cdot(-1)$

$\frac{5-x}{2-x} = -\frac{1}{4}$

12. la ecuación $\frac{4}{5x} - 3 = \frac{2}{x}$ es $\quad /\cdot 5x$

$$4 - 15x = 10$$
$$-15x = 6$$
$$x = -\frac{2}{5}$$

Inverso multiplicativo de $-\frac{2}{5}$ es $-\frac{5}{2}$

El opuesto de $-\frac{5}{2}$ es $\frac{5}{2}$

13. $-2m = -T - 6n$

$-2m = -(T + 6n)$

14. Opuesto de -3 es 3. por lo tanto

$a + 2 \cdot 3 = 10 \Rightarrow a = 4$

El inverso aditivo de a es -4

15. $$X = \frac{24 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{2}}{3 \cdot 10^{-2}}$$

$$X = 8 \cdot 10 = 80$$

16. $$\frac{(p - b)}{\cancel{5}\,1} = \frac{3(p + b)}{\cancel{20}\,4}$$

$$4(p - b) = 3(p + b)$$

$$4p - 4b = 3p + 3b$$

$$4p - 3p = 3b + 4b$$

$$\boxed{p = 7b}$$

17. Se debe considerar $2x+3=7$ y $2x+3=-7$

$2x+3=7$
$2x=4$
$x=2$

$2x+3=-7$
$2x=-10$
$x=-5$

Conjunto Solución: $\{-5, 2\}$

18. se despeja x

$$3ax - 3x = a + 2a$$
$$\cancel{3}x(a-1) = \cancel{3}a$$
$$x(a-1) = a$$
$$\boxed{x = \frac{a}{a-1} \text{ y } a \neq 1}$$

19. I) Verdadero:

$$3x - 15 + 10 = 2x - 5$$
$$x = 0$$

II) Verdadero:

$$20x + 8 - 18x - 6 = 2x + 2$$
$$0x = 0$$

x puede tener cualquier valor

III) Verdadero

$$7x - 3 + 3x = 10x + 10 - 4$$
$$0x = 9$$

NO existe ningún valor de x que verifique esta condición

20. I) $a = b$ NO
II) $a > b$ ✓✓
III) $a \neq b$ ✓✓

$$\frac{bx}{a} = \frac{ax + b^2}{a} - b \quad / \cdot a$$
$$bx = ax + b^2 - ab$$
$$bx - ax = b^2 - ab$$
$$x \cdot \underbrace{(b-a)}_{\text{Se analiza para I); II) y III)}} = b^2 - ab$$

I) si $a = b \Rightarrow b - a = 0$
$\Rightarrow 0 \cdot x = b^2 - ab$
No tiene solución!!

II) Si $a > b \Rightarrow b - a \neq 0$
Entonces la ecuación tiene solución única

III) Si $a \neq b \Rightarrow b - a \neq 0$
Entonces la ecuación tiene solución única

21. $\frac{1}{2}x - 6g = kx \quad / \cdot 2$

$$x - 12g = 2kx$$

$$x - 2kx = 12g$$

$$x \cdot (1 - 2k) = 12g$$

$$\boxed{x = \frac{12g}{1-2k} \text{ y } k \neq \frac{1}{2}}$$

22. $BC - AC = AB$

$$BC = AB + AC$$

$$BC = A(B+C) \Rightarrow A = \frac{BC}{B+C}$$

$$A^{-1} = \frac{B+C}{BC}$$

23. $\text{Edad}_{\text{niño}} - 12 = 2 \Rightarrow \text{Edad}_{\text{niño}} = 14 \text{ años}$

Finalmente:

$$\frac{n+12}{2} = 14 \quad / \cdot 2$$

$$n + 12 = 28$$

$$\boxed{n = 16}$$

24. $21X = 7 \cdot 4200$

$$X = \frac{7 \cdot \cancel{4200}^{200}}{\cancel{21}_{1}} \Rightarrow \boxed{X = \$\,1.400}$$

25. $K - 273 = \frac{5}{9} \cdot (F - 32)$

$9 \cdot (K - 273) = 5 \cdot (F - 32)$

$\frac{9}{5} \cdot (K - 273) = F - 32$; Finalmente:

$$\boxed{F = \frac{9}{5} \cdot (K - 273) + 32}$$

26. (1) Si $b = 6$. entonces $x = 6$

(2) Si $x = 6$. entonces $b = 6$

27. $\frac{a}{100} \cdot X = \frac{b}{100} Y$

$$X = \frac{bY}{a}$$

Con (1) y con (2) por separado se determina que $X = \frac{bY}{a}$

28. Con las informaciones (1) y (2) no es posible determinar que $2(a-2c) + 3b = 5b$

29. (1) Insuficiente:
si $x=-1$ se obtienen dos valores para a
$-1+a=2$ y $-1+a=-2$

(2) Insuficiente:
No se tiene el valor de x.

(1) y (2) Suficiente.
de (1) se tiene que
$a=3$ ó $a=-1$
y con (2) se descarta $a=-1$.
Finalmente $a=3$

30. $\underbrace{\frac{2x+2a}{4x}=\frac{1}{2}b}_{\text{se despeja } x.}$

$2x+2a=2bx \quad /:2$
$x+a=bx$
$x-bx=-a$
$x(1-b)=-a$
$x=\frac{-a}{1-b}$

$$\boxed{x=\underbrace{\frac{a}{b-1}}_{\text{condición a verificar}}}$$

(1) suficiente:
si $a, b<0$ entonces
$\frac{a}{b-1}>0$

(2) suficiente:
Se cumple que
$x=\frac{a}{b-1}$ y $\frac{a}{b-1}>0$